ვეკუას მათემატიკის თასი

თარიღი:

I ტური

30.03.2025

ჯგუფი IV (VII კლასი)

ხანგრძლივობა: 3 სთ

ამოცანა 1 **(5 ქულა)**

მდინარეზე, რომლის დინების სიჩქარეა 3 კმ/სთ, აგებულია ორი ნავსადგური. საკრუიზო გემი, ყოველ შაბათს პირველი ნავსადგურიდან მიდის მეორეში, ჩერდება მთელი ღამით და კვირას ბრუნდება პირველში. ამ გემზე ცხოვრობენ ლოკოკინები, რომეო და ჯულიეტა. შაბათს, გემის გამოსვლისთანავე, ორივე ლოკოკინა გამოვიდა თავის სახლიდან ერთმანეთის შესახვედრად და აღმოჩნდა, რომ როდესაც ისინი შეხვდნენ, გემიც ამ დროს მივიდა მეორე ნავსადგურში. ხოლო კვირას, როდესაც გემი გამოვიდა მეორე ნავსადგურიდან, რომეოც დაიძრა თავისი სახლიდან და ჯულიეტას სახლთან მივიდა იმ დროს რა დროსაც გემი პირველ ნავსადგურში შევიდა. დაადგინეთ გემის სიჩქარე მდგარ წყალში, თუ ცნობილია, რომ ჯულიეტა 2-ჯერ უფრო ნელა გადაადგილდება ვიდრე რომეო.

ამოცანა 2 **(5 ქულა)**

თუ ოთხი მომდევნო ნატურალური რიცხვის ნამრავლს მივუმატებთ ერთს, მივიღებთ 41-ის კვადრატს. იპოვეთ ყველა ასეთი შესაძლო რიცხვები.

ამოცანა 3 **(5 ქულა)**

15-მა ვაჟმა შეაგროვა 100 თხილი. დაამტკიცეთ, რომ რომელიმე ორმა მათგანმა შეაგროვა ერთი და იმავე რაოდენობის თხილი.

ამოცანა 4 **(5 ქულა)**

ABC სამკუთხედში BE არის სიმაღლე. სამკუთხედზე შემოხაზულ წრეწირზე გავლლებულია მხები B-ში. C-დან ამ მხებზე დაშვებულია CF მართობი. დაამტკიცეთ, რომ EF პარალელურია AB-სი.

ვეკუას მათემატიკის თასი

თარიღი:

I ტური

30.03.2025

ჯგუფი III (VIII-IX კლასი) ხანგრძლივობა: 3 სთ

ამოცანა 1 **(5 ქულა)**

მოცემულია a და b რეალური რიცვები. დაამტკიცეთ, რომ ჩამოთვლილთაგან რომელიმე განტოლებას მაინც აქვს ნამდვილი ამონახსნი:

$$x^2 + 2ax + b = 0$$

$$ax^2 + 2bx + 1 = 0$$

$$ax^2 + 2x + b = 0$$

ამოცანა 2 **(5 ქულა)**

იპოვეთ ყველა ისეთი მთელი დადებითი $x \leq y \leq z$, რომ სრულდებოდეს მოცემული პირობა:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$$

ამოცანა 3 **(5 ქულა)**

რამდენი სამნიშნა 9-ის ჯერდი რიცხვი არსებობს, რომლის ციფრებიც კენტია.

ამოცანა 4 **(5 ქულა)**

მოცემულია წრეწირი ω და მასზე არის აღებული 5 წერტილი: A, B, C, D, E. BC-სა და DE-ს კვეთა იყოს F. ეს წერტილები ისე არიან განლაგებულები, რომ F და A მდებარეობენ BE-ს სხვადასხვა მხარეს და AE ეხება BFE სამკუთხედზე შემოხაზულ წრეწირს. დაამტკიცეთ, რომ:

ა) AC და DE არიან პარალელურები;

ბ) $AE = CD$;

(თუ თქვენ აჩვენებთ მეორე პუნქტს პირველის გამოყენებით, ისე, რომ პირველი არ გექნებათ დამტკიცებული, ან პირიქით, თქვენი ამოხსნა არ მიიღება)

ვეკუას მათემატიკის თასი

თარიღი: 30.03.2025

I ტური

ჯგუფი II (X კლასი)

ხანგრძლივობა: 3 სთ

ამოცანა 1 **(5 ქულა)**

$ax^2 + bx + c$ კვადრატული განტოლების გრაფიკი არ კვეთს x ღერძს. დაამტკიცეთ, რომ:

$$a(2a + 3b + 6c) > 0$$

ამოცანა 2 **(5 ქულა)**

ვთქვათ a, b, c, d, l მთელი დადებითი რიცხვებია და წილადი $\frac{al+b}{cl+d}$ იკვეცება რაღაც მთელ რიცხვ k-ზე. აჩვენეთ, რომ მაშინ k აუცილებლად ჰყოფს $(ad - bc)$-ს.

ამოცანა 3 **(5 ქულა)**

გვაქვს თითო-თითო მართკუთხედები ზომებით: $1 * 1; 1 * 2; 1 * 3; \dots ;1 * 2025$. იპოვეთ მაქსიმალური k, ისეთი, რომ ამ მართკუთხედების საშუალებით შევძლოთ $k * k$ კვადრატის აგება.

ამოცანა 4 **(5 ქულა)**

ω_1 და ω_2 წრეწირები კვეთენ ერთმანეთ P და Q წერტილებში. P-სთან ახლოს მყოფი საერთო მხები ეხება ω_1-ს A-ში, ω_2-ს კი B-ში. AB-ს პარალელური წრფე P-ზე, მეორედ კვეთს ω_1-ს X-ში, ω_2-ს Y-ში. იპოვეთ $XABY$ ტრაპეციის ფართობი, თუ $PX = 10,\ PY = 14, PQ = 5$.

ვეკუას მათემატიკის თასი — თარიღი:

I ტური — 30.03.2025

ჯგუფი I (XI-XII კლასი) — ხანგრძლივობა: 3 სთ

ამოცანა 1 **(5 ქულა)**

x,y,z არიან არანულოვანი რეალური რიცხვები, ისე, რომ:

$$\frac{x+y}{z}=\frac{y+z}{x}=\frac{z+x}{y}$$

იპოვეთ შემდეგი წილადის ყველა შესაძლო მნიშვნელობა:

$$\frac{(x+y)(y+z)(x+z)}{xyz}$$

ამოცანა 2 **(5 ქულა)**

p მარტივი რიცხვია. დაფაზე წერია 1-დან p-მდე ყველა რიცხვი ზრდადობის მიხედვით. იპოვეთ ყველა ისეთი p, რომ შეგვეძლოს ამ მიმდევრობის მომდევნო რიცხვების რამდენიმე ბლოკად დაყოფა, ისე, რომ ყველა ბლოკში რიცხვთა ჯამი ტოლი იყოს.

(ბლოკად დაყოფის მაგალითია: {1; 2} {3; 4; 5} {6} {7}, აქ 1-დან 7-მდე რიცხვები გავყავით 4 ბლოკად, მაგრამ ამ ბლოკებს შორის ჯამი არ არის ტოლი, ასე, რომ ეს დაყოფა არ მუშაობს)

ამოცანა 3 **(5 ქულა)**

$8 * 8$ დაფაზე ქვედა მარცხენა უჯრაში დგას ფიგურა, რომელსაც შეუძლია მხოლოდ მარჯვნივ ერთი უჯრით გადასვლა, ან ზევით ერთი უჯრით ასვლა. იპოვეთ იმ გზათა რაოდენობა, რომელიც მიიყვანს ამ ფიგურას ქვედა მარცხენა კუთხიდან ზედა მარჯვენა კუთხეში.

ამოცანა 4 **(5 ქულა)**

მახვილკუთხა ABC სამკუთხედში BE და CF იყოს სიმაღლეები, ხოლო M იყოს BC გვერდის შუაწერტილი. აჩვენეთ, რომ:

ა) A-ში გავლებული BC-ს პარალელური წრფე ასევე ეხება AEF-ზე შემოხაზულ წრეწირს;

ბ) MF და ME ეხებიან AEF-ზე შემოხაზულ წრეწირს;

გ) $AO \perp FE$, სადაც O არის ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტი;

(თუ თქვენ აჩვენებთ მეორე პუნქტს პირველის გამოყენებით, ისე, რომ პირველი არ გექნებათ დამტკიცებული, ან პირიქით, თქვენი ამოხსნა არ მიიღება)